Optimizavimo metodai

Užduoties „Netiesinis programavimas“ ataskaita

**Autorius**: Vilius Minkevičius, Programų Sistemos 4 kursas 2 grupė

# Darbo eiga

1. Apribojimų, tikslo funkcijos bei baudos funkcijos formulavimas,
2. Tyrinėjimas, kokį poveikį tikslo funkcijos reikšmėms turi baudos daugiklis,
3. Deformuojamo simplekso metodo pritaikymas tikslo funkcijai,
4. Baudos funkcijos minimizavimas,
5. Rezultatai.

# Užduoties formulavimas

1. Tikslo funkcija: **f(X) = - xyz**, kur x, y ir z yra dėžės kraštinės.
2. Lygybinis apribojimas vienetiniui paviršiaus plotui: **g(X) = 0.5 – xy – yz – xz**
3. Nelygybinis apribojimas teigiamui atstumui: **h(X) = (|x| + |y| + |z|) – (x + y + z)**

Funkcijos reikšmė lygi nuliui, jei visos kraštinės teigiamos, lygi teigiamam skaičiui, jei bent viena kraštinė neigiama.

1. Baudos funkcija: **b(X) = g(X)2 + max(0, h(X))2**
2. Optimizuojama baudos funkcija: **B(X) = f(X) + b(X),** kur yra baudos daugiklis.

# Funkcijų reikšmės įvairiuose taškuose

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Taškas** | **f(X)** | **g(X)** | **h(X)** |
| X0 (0, 0, 0) | 0 | 0.5 | 0 |
| X1 (1, 1, 1) | -1 | -2.5 | 0 |
| Xm (0.2, 0.3, 0.9) | -0.054 | -0.01 | 0 |
| (-0.5, 0.5, 0.2) | 0.05 | 0.75 | 1 |
| X\*(0.408, 0.408, 0.408) | -0.068042 | 0 | 0 |

Lentelė 1 - funkcijų reikšmių lentelė. Paskutinis taškas - skaičiavimų metu rastas minimumo taškas.

# Baudos daugiklio poveikis tikslo funkcijos reikšmėms

Pastebėjau, kad baudos daugiklio poveikis priklauso nuo taško atstumo iki minimumo ir nuo to, ar taškas yra leistinoje srityje. Jei taškas yra leistinoje srityje, tai baudos funkcija yra arti arba lygi nuliui ir funkcijos reikšmę nulemia pradinė tikslo funkcija f(X). Kitais atvejais, kuo baudos daugiklis didesnis, tuo tikslo funkcijos reikšmė didesnė.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **\ Daugiklis X \** | **0.1** | **1** | **10** | **100** |
| X0 (0, 0, 0) | 0.025 | 0.25 | 2.5 | 25 |
| X1 (1, 1, 1) | -0.375 | 5.25 | 61.5 | 624 |
| Xm (0.2, 0.3, 0.9) | -0.05399 | -0.0539 | -0.05300 | -0.04400 |
| X\*(0.408, 0.408, 0.408) | -0.06792 | -0.067 | -0.06791 | -0.06788 |

Lentelė 2 - funkcijų reikšmių lentelė pagal baudos daugiklį ir tašką. Apatinėje eilutėje galima pastebėti mažiausią poveikį tikslo funkcijai. Kitų eilučių taškai yra ne leistinoje srityje.

# Apie skaičiavimą

Optimizavimo uždavinių serijai spręsti naudojau antrame laboratoriniame darbe aprašytą deformuojamo simplekso metodą. Algoritmą teko pritaikyti tikslo funkcijai su 3 argumentais, anksčiau ji naudota optimizuoti tikslo funkcijoms su 2 argumentams (galima perrašyti algoritmą, kad užtektų nurodyti argumentų skaičių ir nereikėtų kaskart keisti programos teksto).

Kiekvienam sekos uždaviniui priskyriau baudos daugiklį pagal nykstamą geometrinę progresiją, pavyzdžiui: 2, 1, 0.5, 0.25, 0.125 ir t.t. Iš sekos imama **r** reikšmė, o daugiklis gaunamas per . Paskutinis sekos narys nurodomas pagal mažiausią reikšmę, kokią gali pasiekti r.

Kad skaičiavimai trumpiau užtruktų, padariau, kad simplekso kraštinės ilgis priklausytų nuo baudos daugiklio. Kuo mažesnis daugiklis, tuo mažesnė kraštinė. Sprendimą pagrindžiu tuo, kad sekoje gretimų optimizavimo sprendinių minimumai yra ganėtinai arti vienas kito, tad galima optimizuoti mažesniu žingsniu.

Deformuojamo simplekso algoritmą pakeičiau, kad siekiamas tikslumas priklausytų ne tik nuo iš anksto apibrėžtos mažiausio kraštinės ilgio, bet ir nuo baudos daugiklio. Mažesnis baudos daugiklis – siekiama didesnio tikslumo.

# Rezultatai

1. Skaičiavimams pasirinkti šie taškai X0 (0, 0, 0), X1 (1, 1, 1), ir Xm (0.2, 0.3, 0.9).
2. Rastas minimumo taškas X\* (0.40825, 0.40825, 0.40825), kur f(X) = -0.068042.
3. Skaičiavimai užtruko nuo 190 iteracijų iki 202. Trukmė nežymiai mažesnė pradedant skaičiavimus arčiau minimumo taško.
4. Galima pastebėti, kad uždavinių sekos narių minimumo taškai nežymiai priklauso nuo skaičiavimui pasirinkto pradinio taško. Tikslioms taško koordinatėms didžiausią poveikį turi baudos daugiklis. Skirtumus, tarp rastų sprendinių pagal pradinį tašką, galima paaiškinti paklaidos buvimu.

## Nuo pradinio taško (0, 0, 0)

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Uždavinio nr.** | **Uždavinio minimumo taškas** | **Min. reikšmė** | **Baudos daugiklis (1 / r)** | **Def. simplekso iteracijų skaičius** |
| 1 | (0.499271, 0.502034, 0.497430) | -0.093748 | 0.5 | 54 |
| 2 | (0.446068, 0.425039, 0.431475) | -0.074665 | 1.666667 | 39 |
| 3 | (0.415112, 0.411154, 0.421472) | -0.069945 | 5.555556 | 34 |
| 4 | (0.410666, 0.404019, 0.416749) | -0.068598 | 18.51852 | 21 |
| 5 | (0.409949, 0.402181, 0.414656) | -0.068202 | 61.7284 | 20 |
| 6 | (0.409620, 0.401474, 0.414291) | -0.068083 | 205.7613 | 17 |
| 7 | (0.409503, 0.401315, 0.414159) | -0.068048 | 685.8711 | 17 |

Iš viso 202 iteracijos.

## Nuo pradinio taško (1, 1, 1)

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Uždavinio nr.** | **Uždavinio minimumo taškas** | **Min. reikšmė** | **Baudos daugiklis (1 / r)** | **Def. simplekso iteracijų skaičius** |
| 1 | (0.499869, 0.505394, 0.496555) | -0.093744 | 0.5 | 42 |
| 2 | (0.443471, 0.428199, 0.429887) | -0.074675 | 1.666667 | 34 |
| 3 | (0.417352, 0.416930, 0.412177) | -0.069946 | 5.555556 | 43 |
| 4 | (0.414330, 0.412189, 0.404968) | -0.068602 | 18.51852 | 23 |
| 5 | (0.412981, 0.410803, 0.403027) | -0.068205 | 61.7284 | 23 |
| 6 | (0.412576, 0.410494, 0.402304) | -0.068086 | 205.7613 | 14 |
| 7 | (0.412441, 0.410397, 0.402122) | -0.068050 | 685.8711 | 14 |

Iš viso 193 iteracijos.

## Nuo pradinio taško (0.2, 0.3, 0.9)

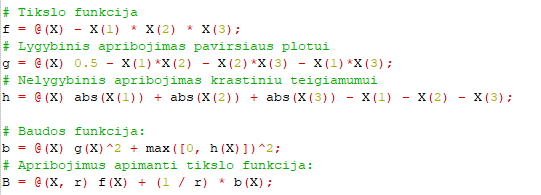
|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Uždavinio nr.** | **Uždavinio minimumo taškas** | **Min. reikšme** | **Paklaida** | **Baudos daugiklis (1 / r)** | **Def. simplekso iteracijų skaičius** |
| 1 | (0.496271, 0.498328, 0.503855) | -0.093745 | 0.025703 | 0.5 | 42 |
| 2 | (0.430887, 0.443214, 0.428714) | -0.074676 | 0.006634 | 1.666667 | 27 |
| 3 | (0.419778, 0.409914, 0.417436) | -0.069945 | 0.001903 | 5.555556 | 31 |
| 4 | (0.415073, 0.403490, 0.412926) | -0.068599 | 0.000557 | 18.51852 | 19 |
| 5 | (0.410287, 0.407287, 0.409228) | -0.068210 | 0.000168 | 61.7284 | 36 |
| 6 | (0.409887, 0.406529, 0.408948) | -0.068091 | 4.9E-05 | 205.7613 | 19 |
| 7 | (0.409778, 0.406306, 0.408830) | -0.068056 | 1.4E-05 | 685.8711 | 16 |

Iš viso 190 iteracijų. Paklaida lygi uždavinio sprendinio ir rasto minimumo (-0.068042) skirtumo moduliui.

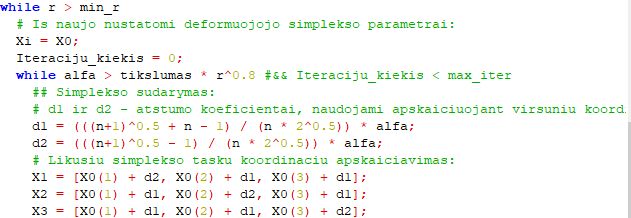
# Išvados

1. Priklausomybė tarp optimizavimo uždavinių sprendinių tikslumo ir baudos daugiklio yra artima tiesinei. Padidinus daugiklį 10 kartų, paklaida sumažėja panašų kiekį kartų.
2. Naudojant skirtingus pradinius taškus gauti mažai besiskiriantys sprendiniai. Tai parodo, kad sprendinys labiausiai priklauso nuo baudos daugiklio.
3. Skaičiavimai konvergavo visais nagrinėtais atvejais. Šis metodas yra patikimesnis nei ankstesniame darbe nagrinėti optimizavimo be apribojimų metodai.

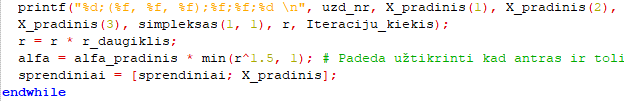
# Priedas – kodo fragmentai



Pav. 1 - programos tekste apibrėžtos funkcijos: tikslo, apribojimų ir baudos.



Pav. 2 - algoritmo pagrindinio ciklo pradžia. Vidinis while ciklas - deformuojamo simplekso metodas. Optimizavimo uždaviniai vykdomi tol, kol r yra pakankamai didelis (arba baudos daugiklis pakankamai mažas). Simplekso metodas vykdomas tol, kol kraštinės ilgis didesnis nei siekiamas tikslumas.



Pav. 3 - veiksmai optimizavimo uždavinio pabaigoje. Baudos daugiklis keičiamas, nustatomas naujas (mažesnis) pradinis simplekso kraštinės ilgis ir išsaugomas rastas sprendinys. Spausdinimo funkcija pavaizduoja optimizavimo uždavinio informaciją tokiu formatu, kurį patogu paversti lentele.

# Priedas – visas kodas

